**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ - ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2020-2021 - ΕΞΑΜΗΝΟ: 3o**

**ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΝΙΚΟΛΑΪΔΗΣ ΓΙΑΝΝΗΣ**

**ΜΑΘΗΜΑ: ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ Βασικές κατανομές**

1. Λόγω απεργίας του προσωπικού των αστικών συγκοινωνιών έχει υπολογιστεί ότι το 40% του προσωπικού μιας επιχείρησης δεν θα προσέλθει στην εργασία του. Το τμήμα συσκευασίας της επιχείρησης διαθέτει 12 υπαλλήλους. Ποια είναι η πιθανότητα να παρουσιαστούν στο τμήμα αυτό τουλάχιστον 8 υπάλληλοι για την τακτοποίηση των παραγγελιών της επόμενης μέρας;
2. Μια δοκιμή συνίσταται στη λήψη τριών συσκευών από την παραγωγή και στον έλεγχο αυτών. Η πιθανότητα να λειτουργεί μία από αυτές είναι 0,90 και να έχει βλάβη 0,10. Εάν οι τιμές της τυχαίας μεταβλητής Χ είναι ο αριθμός των συσκευών που λειτουργούν, να βρεθεί η συνάρτηση πιθανότητας της Χ και να παρασταθεί γραφικά.
3. Το ποσοστό των ελαττωματικών προϊόντων μιας βιομηχανίας είναι 4%. Καθημερινά παραδίνονται σε πελάτη της βιομηχανίας 135 συσκευασίες των 50 μονάδων η καθεμία. Πόσες από τις συσκευασίες αυτές έχουν:

α) το πολύ 2 ελαττωματικά προϊόντα;

β) τουλάχιστον 3 ελαττωματικά προϊόντα;

(Ο υπολογισμός να γίνει και με τη Διωνυμική κατανομή και με την κατανομή Pοissοn).

1. Σε ένα εργοστάσιο συμβαίνουν 2 ατυχήματα κατά μέσο όρο κάθε εβδομάδα. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες να συμβούν:

α) το πολύ 2 ατυχήματα σε μία εβδομάδα

β) το πολύ 2 ατυχήματα σε 2 εβδομάδες

γ) το πολύ 2 ατυχήματα σε καθεμία από 2 διαδοχικές, ενδεικτικές εβδομάδες.

1. Μια αεροπορική εταιρία διαπίστωσε ότι κατά μέσο όρο το 5% των επιβατών με κρατημένες θέσεις δεν εμφανίζονται κατά την αναχώρηση του αεροπλάνου. Γι' αυτό πουλάει 75 εισιτήρια για αεροπλάνο 70 θέσεων. Ποια είναι η πιθανότητα να μη μείνει κανείς χωρίς θέση (δηλ. να έχουν όλοι θέση);
2. Μια οικογένεια έχει 6 παιδιά. α) Να βρεθεί η πιθανότητα να έχει i) 2 κορίτσια, ii) τουλάχιστον 5 κορίτσια, iii) το πολύ 1 κορίτσι. β) Ποιος ο αναμενόμενος αριθμός κοριτσιών; Επίσης, δώστε ένα διάστημα που με 95% σιγουριά θα περιλαμβάνει τον αριθμό κοριτσιών της οικογένειας.
3. Σε μια εταιρία μεταφορών 2 αυτοκίνητα κατά μέσο όρο παρουσιάζουν βλάβη κάθε μέρα. Αν για τη διόρθωση κάθε βλάβης απασχολείται ένας μηχανικός για μια ολόκληρη μέρα, να βρεθεί πόσους μηχανικούς θα πρέπει να διαθέτει η εταιρία, έτσι ώστε να υπάρχει με πιθανότητα 95%, διαθέσιμος μηχανικός για την επιδιόρθωση τυχόν βλάβης.
4. Από ένα φωτεινό σηματοδότη διέρχονται κατά μέσο όρο κάθε λεπτό 10 αυτοκίνητα, ο αριθμός των οποίων ακολουθεί κατανομή Pοissοn. Ποιες είναι οι πιθανότητες:

α) να διέλθουν μέσα σε 6 δευτερόλεπτα τουλάχιστον 2 αυτοκίνητα;

β) να διέλθουν μέσα σε δύο διαφορετικά χρονικά διαστήματα των 6 δευτερολέπτων, στο ένα το πολύ 2 αυτοκίνητα και στο άλλο τουλάχιστον 1;

1. Σε ένα κατάστημα οι αφίξεις των πελατών ανά ώρα ακολουθούν κατανομή Pοissοn με μέση τιμή 20 πελάτες ανά ώρα. Ποια είναι η πιθανότητα ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων να είναι μέχρι 3 λεπτά;
2. Σε ένα συνεργείο επισκευής αυτοκινήτων οι αφίξεις των αυτοκινήτων, που προσέρχονται για επισκευή, είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Pοissοn με μέση τιμή 16 αυτοκίνητα ανά 8ωρο. Ζητείται:

α) Ποια είναι η μέση τιμή του χρόνου μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων;

β) Ποια είναι η πιθανότητα σε χρονικό διάστημα δύο ωρών να μην εμφανιστεί κανένα αυτοκίνητο για επισκευή;

1. Έστω ότι τα τροχαία ατυχήματα στην εθνική οδό Αθηνών - Κορίνθου είναι κατά μέσο όρο 3 ανά ημέρα. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες μια συγκεκριμένη μέρα να έχουμε

α) τουλάχιστον 1 ατύχημα,

β) ακριβώς 1 ατύχημα

γ) το πολύ 1 ατύχημα.

δ) Να υπολογιστεί ένα διάστημα εμπιστοσύνης που με σιγουριά τουλάχιστον 95% να εμπεριέχει τα ατυχήματα μιας συγκεκριμένης ημέρας.

ε) Να υπολογιστεί η πιθανότητα να έχουμε ακριβώς 2 ατυχήματα μέσα σε ένα διήμερο.

στ) Να υπολογιστεί η πιθανότητα σε 10 διαδοχικές μέρες να υπάρχουν ακριβώς 3 μέρες που να έχει συμβεί ακριβώς 1 ατύχημα σε κάθε μία από αυτές.

1. Αν θεωρήσουμε ότι ένας πληθυσμός ακολουθεί κανονική κατανομή με μ=50 και σ=4, τότε να υπολογιστούν:

α) η πιθανότητα η μεταβλητή Χ να πάρει τιμές x > 55.

β) η πιθανότητα η μεταβλητή Χ να πάρει τιμές 47 ≤ x ≤ 54.

γ) η τιμή x0 της μεταβλητής Χ, για την οποία τιμή x0 ισχύει ότι το 35% των τιμών της μεταβλητής Χ είναι μεγαλύτερο από αυτήν.

1. Το μέσο ύψος των φοιτητών του Πανεπιστημίου Μακεδονίας είναι 175 cm με μεταβλητότητα 100 cm2. Να υπολογιστούν

α) το ποσοστό των φοιτητών που το ύψος τους κυμαίνεται από 1,65 μέχρι 1,85 m

β) το ποσοστό των φοιτητών που το ύψος τους είναι μικρότερο από 1,75 m

γ) το ποσοστό των φοιτητών που το ύψος τους είναι μικρότερο 1,55 m

δ) το ποσοστό των φοιτητών που είναι ψηλότεροι από 1,95 και

ε) με βάση ότι το Πανεπιστήμιο Μακεδονίας έχει 7000 φοιτητές να υπολογίσετε πόσοι φοιτητές έχουν ύψος πάνω από 2,05 m.

1. Σε ένα εργοτάξιο λειτουργούν ανεξάρτητα n=5 ανυψωτικά μηχανήματα. Κάθε μηχάνημα έχει πιθανότητα βλάβης p=0,20 στη διάρκεια μιας εργάσιμης ημέρας. Ζητείται η πιθανότητα να μην υποστούν βλάβη περισσότερα από ένα μηχανήματα στη διάρκεια μιας ημέρας και να υπολογιστεί ο μέσος αριθμός των μηχανημάτων που παθαίνουν βλάβη στη διάρκεια της ημέρας.
2. Η διάμετρος των αξόνων ορισμένου τύπου είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή ίση με την ονομαστική και τυπική απόκλιση σ = 20 μm. Να υπολογιστεί το ποσοστό των παραγομένων αξόνων με διάμετρο που υπερβαίνει την ονομαστική κατά 50 μm ή περισσότερο.
3. Σε ένα κονσερβοποιείο η πλήρωση των κουτιών κονσέρβας γίνεται αυτόματα με μέση τιμή περιεχομένου 350 γραμμάρια και τυπική απόκλιση 10 γραμμάρια.

α) Αν υποτεθεί ότι το περιεχόμενο (καθαρό βάρος της κονσέρβας) ακολουθεί κανονική κατανομή, ποιο είναι το ποσοστό των κονσερβών που έχουν καθαρό βάρος μικρότερο των 330 γραμμαρίων;

β) Έστω επίσης, ότι η μέση ποσότητα που εμπεριέχεται σε κάθε κονσέρβα είναι δυνατόν να μεταβληθεί με κατάλληλη ρύθμιση της μηχανής, αλλά η τυπική απόκλιση παραμένει η ίδια με την προηγούμενη περίπτωση. Σε ποια μέση τιμή πρέπει να ρυθμιστεί η μηχανή, αν μόνο 2% από τα κουτιά κονσέρβας πρέπει να περιέχουν ποσότητα μικρότερη των 350 γραμμαρίων;

γ) Αν απαιτείται η μηχανή αυτή να είναι ρυθμισμένη, έτσι ώστε το 90% των πληρωμένων κονσερβών να περιέχουν ποσότητα, που κυμαίνεται μεταξύ ± 10 γραμμαρίων από την μέση ποσότητα, ποια είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη μεταβλητότητα του περιεχομένου κάθε κονσέρβας;

1. Η κατανομή των ημερομισθίων των εργατών μίας βιομηχανίας, που απασχολεί 1200 εργάτες, ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ=20 € και τυπική απόκλιση σ=3,6 €. Να υπολογιστούν:

α) Ο αριθμός των εργατών, που έχουν ημερομίσθιο μεγαλύτερο από 27,2 €.

β) Ο αριθμός των εργατών, που έχουν ημερομίσθιο μέχρι 16,4 €.

γ) Το ημερομίσθιο x0, μέχρι του οποίου αμείβεται το 60% των εργατών.

1. Το μέγιστο βάρος που μπορεί να μεταφέρει ένας ανελκυστήρας είναι 1680 Kgr. Αν η κατανομή του βάρους των ατόμων που χρησιμοποιούν τον ανελκυστήρα προσεγγίζει την κανονική κατανομή με μέση τιμή 82 Kgr και μεταβλητότητα 28 Kgr2.

α) Μπορούν να χρησιμοποιήσουν τον ανελκυστήρα 22 άτομα ταυτόχρονα;

β) Πόσα άτομα μπορούν να χρησιμοποιήσουν ταυτόχρονα τον ανελκυστήρα, έτσι ώστε η πιθανότητα ασφαλείας (δηλ. η πιθανότητα το συνολικό βάρος των ατόμων να μην υπερβαίνει το μέγιστο επιτρεπόμενο) να είναι τουλάχιστον ίση με 0,99;

1. Οι μετρήσεις ενός πειράματος έχουν χαθεί. Είναι όμως γνωστό ότι το 80% αυτών είχαν τιμή μικρότερη ή ίση του 5 και το 25% μεγαλύτερη του 2. Να βρεθεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αυτών, αν είναι γνωστό ότι αυτές ακολουθούν την κανονική κατανομή.
2. Η τυχαία μεταβλητή Χ έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την:



Να βρεθούν:

α) η τιμή του c

β) η πιθανότητα P(1 < X ≤ 2)

γ) χωρίς ολοκλήρωση, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της μεταβλητής Χ.

1. Να δειχθεί ότι η μέση τιμή του αριθμού των αποτυχιών, που προηγούνται από μία επιτυχία σε ένα απεριόριστο πλήθος ανεξάρτητων δοκιμών με σταθερή πιθανότητα επιτυχίας p, είναι ίση με (1-p)/p.
2. Το πλήθος των κλήσεων σε ένα τηλεφωνικό κέντρο κατά τη διάρκεια 1 λεπτού ακολουθεί την κατανομή Poisson με μέση τιμή λ = 1. Αν κάθε τηλεφώνημα αφήνει κέρδος στον ΟΤΕ 0.05 €, να βρεθεί προσεγγιστικά η πιθανότητα, το κέρδος του ΟΤΕ από τη συνεχή λειτουργία 10 ωρών να είναι τουλάχιστον 28 €.
3. Τυχαίο δείγμα τριών εξαρτημάτων λαμβάνεται από παρτίδα 70 εξαρτημάτων. Αν 6 από τα 70 εξαρτήματα της παρτίδας είναι ελαττωματικά, να υπολογιστεί η πιθανότητα κανένα από τα τρία εξαρτήματα του δείγματος να μην είναι ελαττωματικό.